Circuiti RCL: introduzione

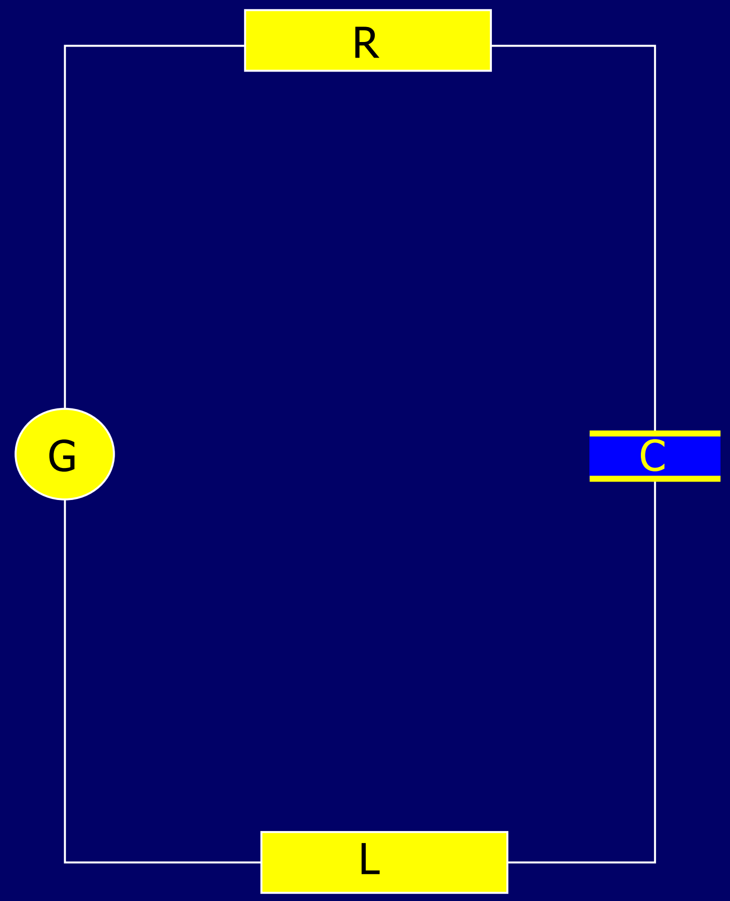
Studiamo brevemente i circuiti RCL serie

In particolare:

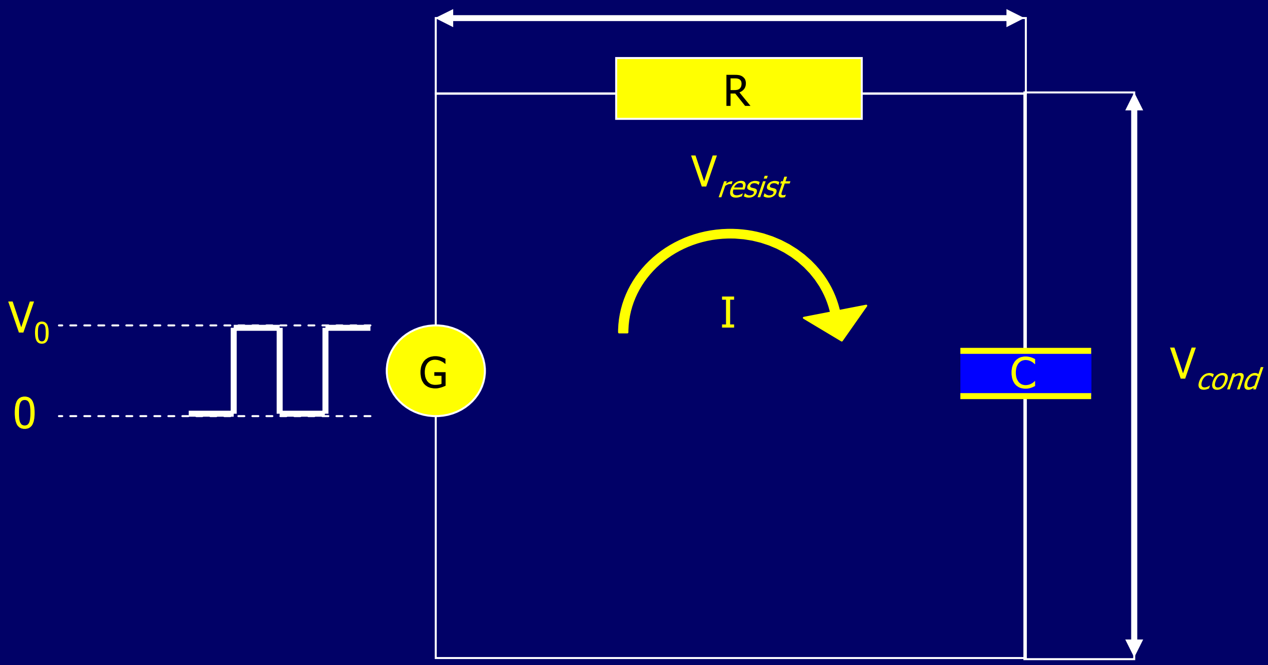
- comportamento di circuiti RC e RL in presenza di un segnale a gradino (onda quadra)
    - ❖ misura della costante di tempo del circuito

- comportamento dei circuiti R, C e L in presenza di un segnale sinusoidale ("corrente alternata")
    - ❖ misura degli sfasamenti

- circuito RCL risonante



Circuito RC con onda quadra



Fase di carica

$$V_{cond}(t) = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{Q_0}{C}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{Q(t)}{C}$$

$$V_{resist}(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = RI(t)$$

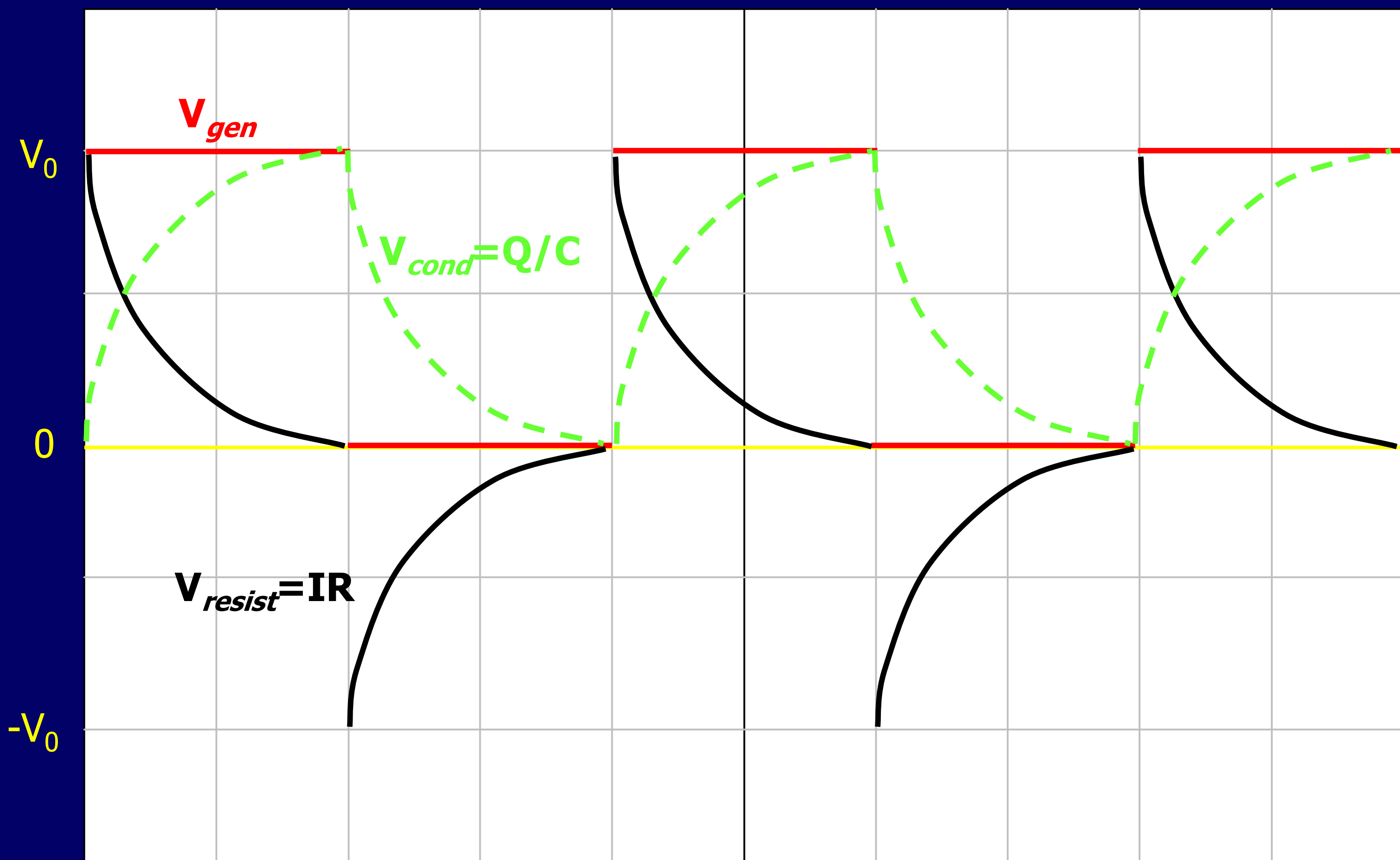
$$\tau = RC$$

Fase di scarica

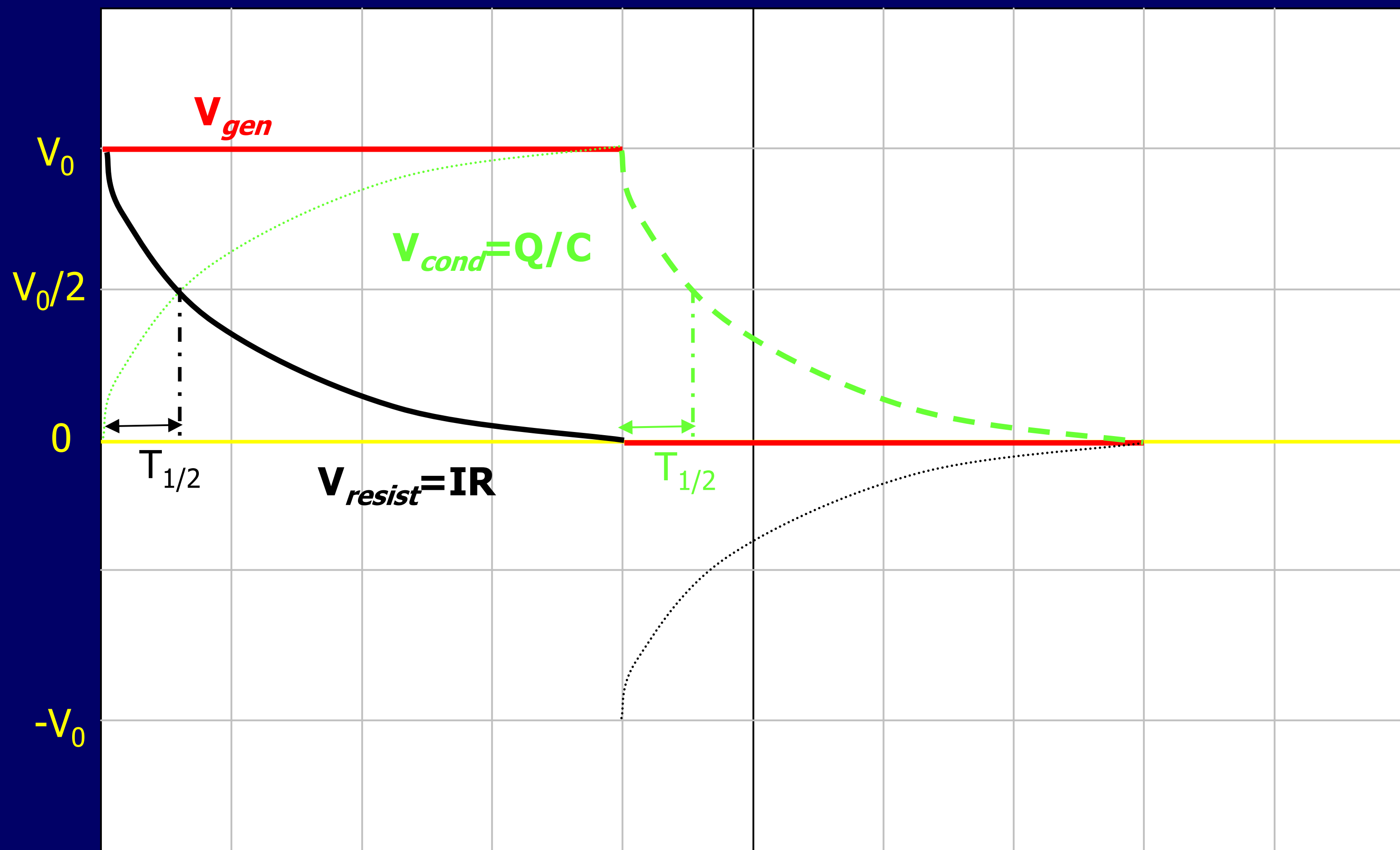
$$V_{cond}(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{Q_0}{C} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{Q(t)}{C}$$

$$V_{resist}(t) = -V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = -RI(t)$$

Circuito RC con onda quadra

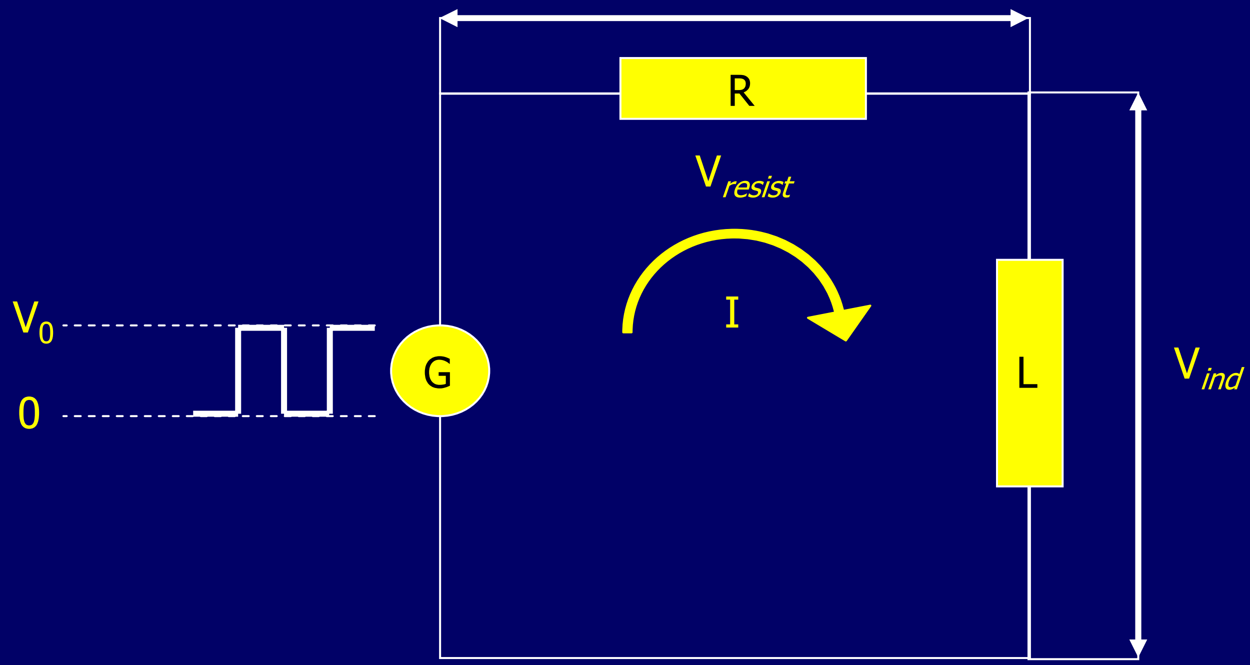


Circuito RC: misura della costante di tempo



Si determina $T_{1/2} = \tau \ln 2$

Circuito RL con onda quadra



Corrente crescente

$$V_{resist}(t) = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = RI_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = RI(t)$$

$$V_{ind}(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = L\frac{dI}{dt}$$

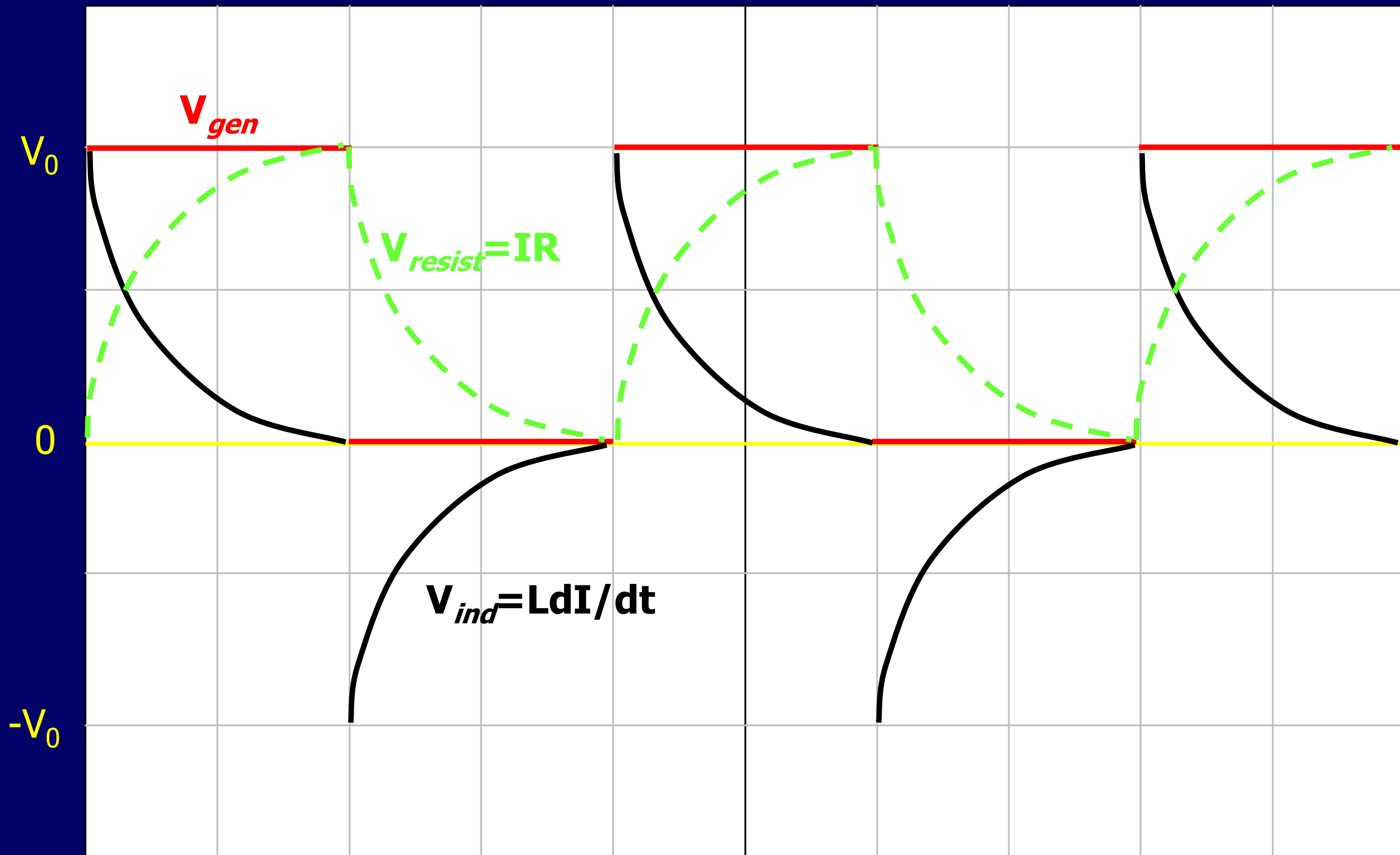
$$\tau = \frac{L}{R}$$

Corrente decrescente

$$V_{resist}(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = RI(t)$$

$$V_{ind}(t) = -V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = L\frac{dI}{dt}$$

Circuito RL con onda quadra



Circuito RL: misura della costante di tempo

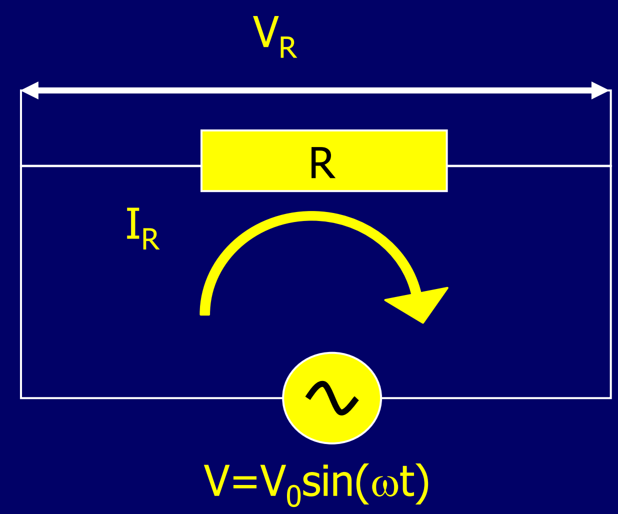
Si determina la costante di tempo in modo identico al caso del circuito RC

Circuiti RCL in corrente alternata

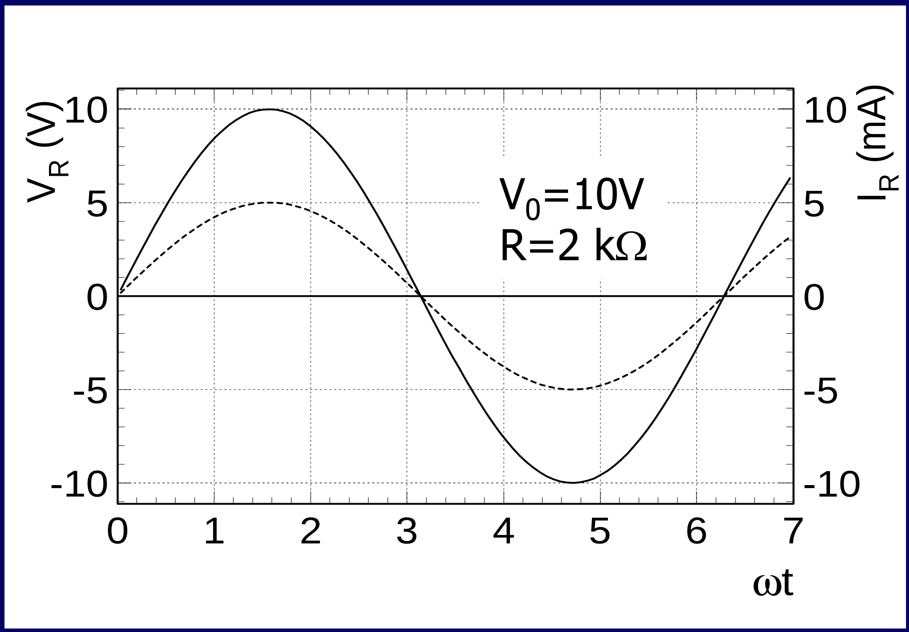
Circuito resistivo in corrente alternata

$$V_R = V_0 \sin(\omega t)$$

$$I_R = \frac{V_0}{R} \sin(\omega t)$$



V_R e I_R hanno la stessa dipendenza dal tempo e sono <u>"in fase"</u>

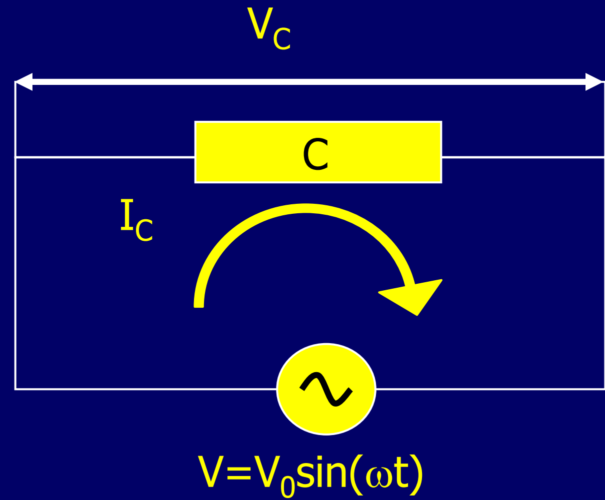


Circuito capacitivo in corrente alternata

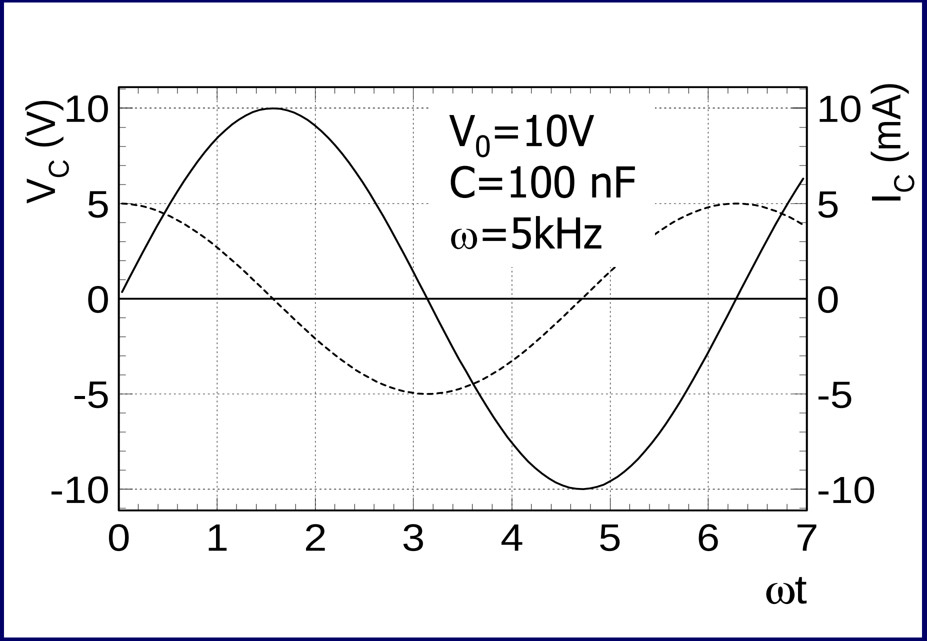
$$V_C = V_0 \sin(\omega t)$$

$$Q_C = V_0 C \sin(\omega t)$$

$$I_C \equiv \frac{dQ_C}{dt} = \omega C V_0 \cos(\omega t)$$



V_C è "in ritardo" rispetto a I_C di $\omega t = \pi/2$

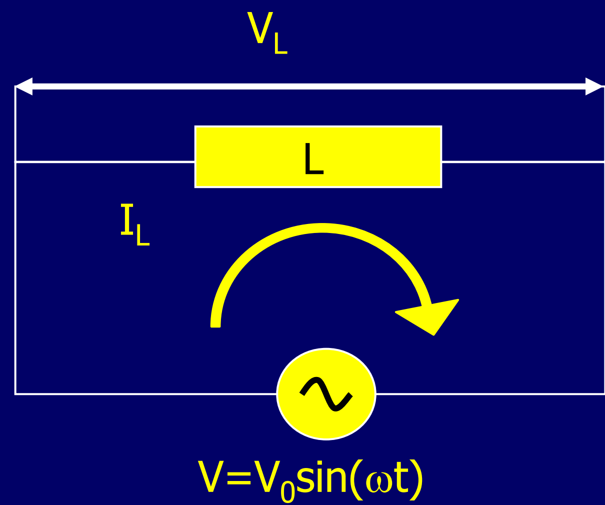


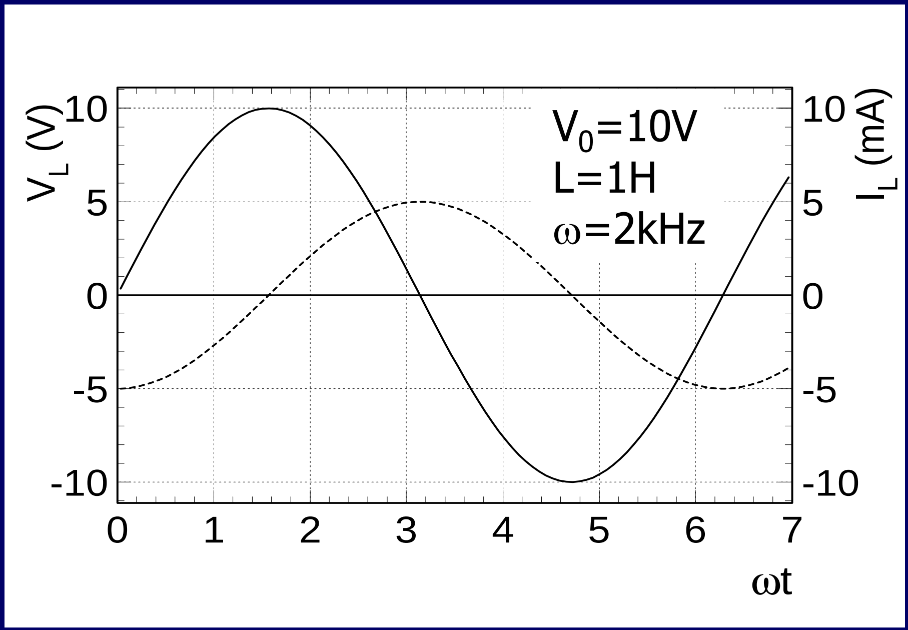
Circuito induttivo in corrente alternata

$$V_L = V_0 \sin(\omega t)$$

$$V_L \equiv L\frac{dI_L}{dt} \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = \frac{V_0}{L}\sin(\omega t)$$

$$I_L = \int \frac{V_0}{L}\sin(\omega t)dt = -\frac{V_0}{\omega L}\cos(\omega t)$$





V_L è "in anticipo" rispetto a I_L di $\omega t=\pi/2$

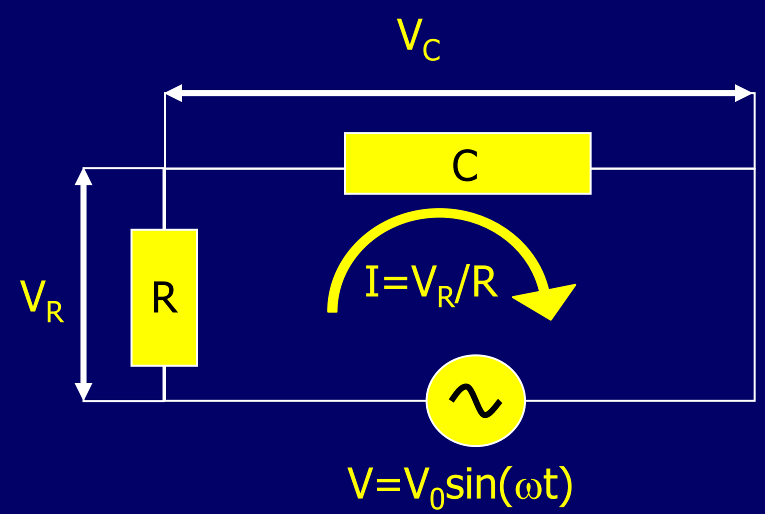
Circuito RC in corrente alternata

Si dimostra che:

$$I = \frac{V_0 \omega C}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\tan(\varphi) = \frac{1}{\omega\tau}$$

$$\tau = RC$$



N.B. per $\omega >> 1/\tau$ $\varphi \rightarrow 0$ (circuito puramente resistivo) mentre per $\omega << 1/\tau$ $\varphi \rightarrow \pi/2$ (circuito puramente capacitivo)

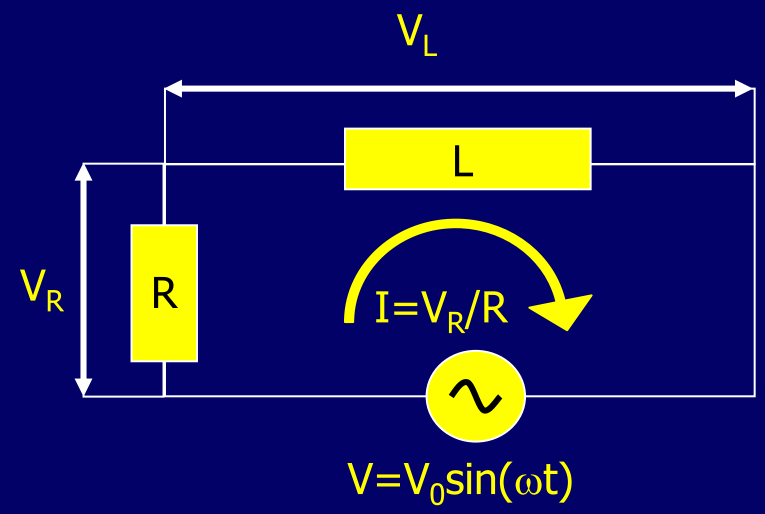
Circuito RL in corrente alternata

Si dimostra che:

$$I = \frac{V_0}{R\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}\sin(\omega t - \varphi)$$

$$\tan(\varphi) = \omega\tau$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



N.B. per $\omega << 1/\tau$ $\varphi \rightarrow 0$ (circuito puramente resistivo) mentre per $\omega >> 1/\tau$ $\varphi \rightarrow \pi/2$ (circuito puramente induttivo)

Circuiti RC e RL in alternata: misure

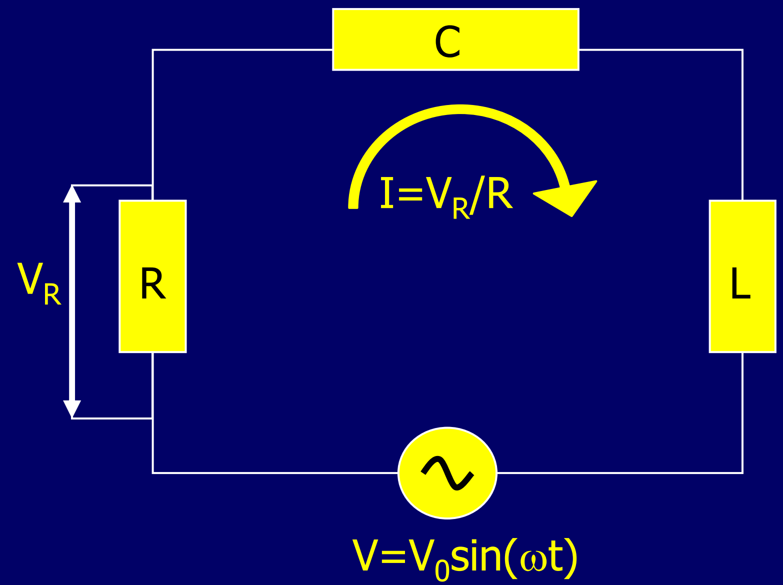
- misura della corrente $I=V_R/R$ e verifica degli sfasamenti
- misura dell'angolo di sfasamento φ ad una data frequenza
- verifica della dipendenza di φ da ω

Circuito RCL risonante

Si dimostra che:

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \sin(\omega t + \varphi)$$

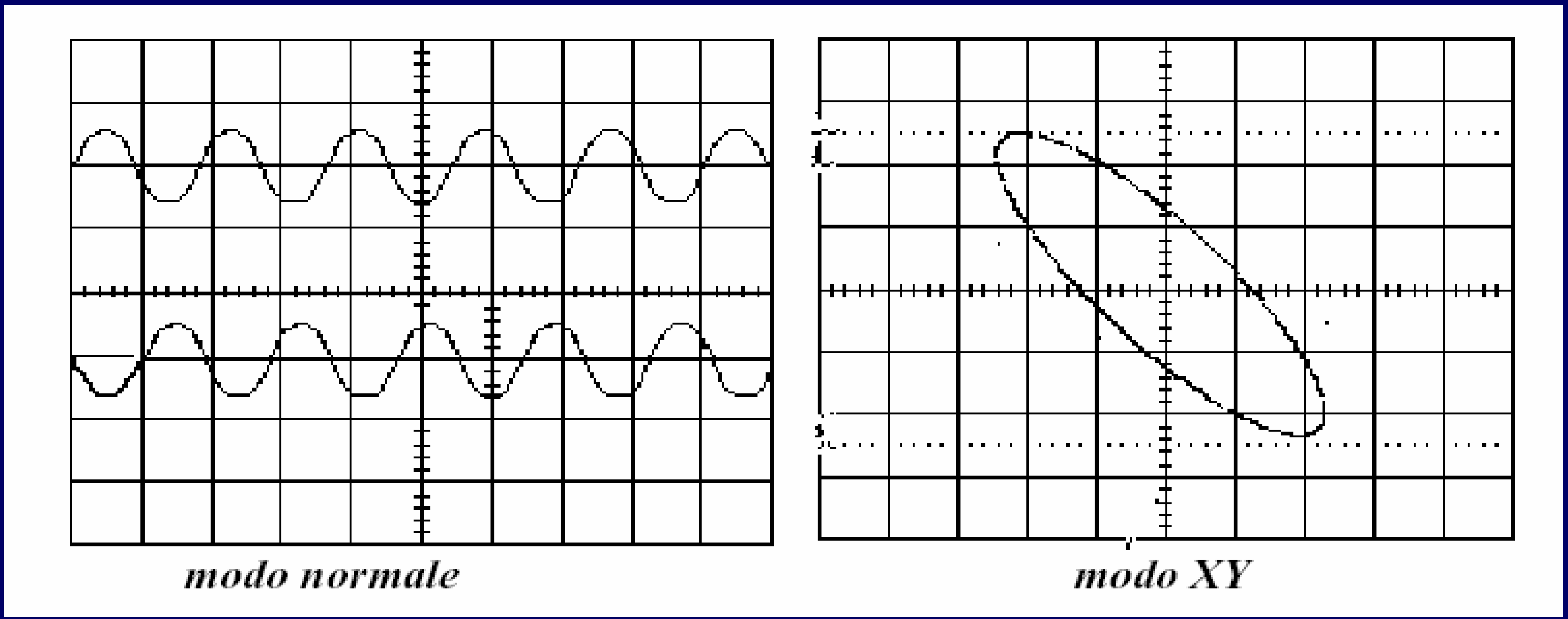
$$\tan(\varphi) = \frac{1/\omega C - \omega L}{R}$$



Se la frequenza ω è tale che $1/\omega C=\omega L$, I assume la sua massima ampiezza, lo sfasamento φ si annulla e il circuito è "in risonanza".

Misura della frequenza di risonanza di un circuito RCL

1. Si imposta l'oscilloscopio in modalità X-Y
2. Si visualizza V_R sul canale X e V_0 sul canale Y
3. A causa dello sfasamento, sull'oscilloscopio si osserva un'ellisse



Misura della frequenza di risonanza di un circuito RCL

4. Variando opportunamente la frequenza del generatore, si osserva una variazione della forma dell’ellisse

5. La frquenza per cui l’ellisse degenera in un segmento di retta è la frequenza di risonanza

http://hep.fi.infn.it/LHCb/main.html